

# 26.<sup>a</sup> Competencia de MateClubes 2023

## Primera Ronda – Nivel Preolímpico

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: ..... Código del club: 26 – 0 – .....

Localidad: ..... Provincia: .....

Integrantes: .....

1. Rafa quiere completar los cuadraditos con los dígitos de 1 a 7 utilizando una vez cada uno, sin repetir. Quiere que las cuatro igualdades de la figura resulten correctas. ¿Cómo puede hacerlo?

$$\begin{array}{ccc} \square & \times & \square = 12 \\ + & & + \\ \square & + & \square = \square \\ = & & = \\ \square & & \square \end{array}$$

2. Betty tiene tres cajas: una azul, una roja y una verde. La caja azul tiene el triple de lápices que la verde y la caja verde tiene el doble de lápices que la caja roja. Si en total hay 72 lápices, ¿cuántos lápices hay en la caja verde?
3. Un número capicúa es un número que se lee igual de atrás para adelante y de adelante para atrás. Por ejemplo, el número 14741 es capicúa pero 14714 no.  
Mario escribe números capicúas de 5 dígitos tales que la suma de los 5 dígitos es igual a 15. ¿Cuántos números escribe Mario? Dar todas las posibilidades.

# 26.<sup>a</sup> Competencia de MateClubes 2023

## Primera Ronda – Primer Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: ..... Código del club: 26 – 1 – .....

Localidad: ..... Provincia: .....

Integrantes: .....

1. Rafa quiere completar los cuadraditos con los dígitos de 1 a 7 utilizando una vez cada uno, sin repetir. Quiere que las tres igualdades de la figura resulten correctas. ¿Cómo puede hacerlo?

$$\begin{array}{ccc} \square & + & \square = \square \\ & & + \\ \square & \times & \square = \square \\ & & = \\ & & \square \end{array}$$

2. Betty tiene tres cajas: una azul, una roja y una verde. La caja azul tiene el cuádruple de lápices que la verde y la caja verde tiene la mitad de lápices que la caja roja. Si en total hay menos de 100 lápices, ¿cuál es la mayor cantidad de lápices que puede tener la caja roja?
3. Un número capicúa es un número que se lee igual de atrás para adelante y de adelante para atrás. Por ejemplo, el número 14741 es capicúa pero 14714 no.  
Mario escribe números capicúas de 5 dígitos tales que la suma de los 5 dígitos es igual a 33. ¿Cuántos números escribe Mario? Dar todas las posibilidades.

# 26.<sup>a</sup> Competencia de MateClubes 2023

## Primera Ronda – Segundo Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: ..... Código del club: 26 – 2 – .....

Localidad: ..... Provincia: .....

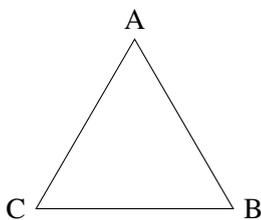
Integrantes: .....

1. Rafa quiere completar los cuadraditos con los dígitos de 1 a 8, sin repetir (le va a sobrar un dígito). Quiere que las tres igualdades de la figura resulten correctas. ¿Cómo puede hacerlo?

$$\begin{array}{ccc} \square & + & \square = \square \\ & & \times \\ \square & \times & \square = \square \\ & & = \\ & & \square \end{array}$$

2. Un grillo salta entre los 3 vértices de un triángulo  $ABC$ . Comienza en el vértice  $A$ . Cada salto puede ser de un vértice a cualquier otro (no puede saltar al mismo vértice en el que está). Al cabo de 4 saltos, el grillo terminó nuevamente en el vértice  $A$ .

¿Cuántos recorridos distintos pudo haber hecho el grillo? Dar todas las posibilidades.



3. Betty tiene cuatro cajas: una azul, una roja, una verde y una amarilla. La caja azul tiene el triple de lápices que la verde. La caja verde tiene la mitad de lápices que la caja roja. La caja amarilla tiene un lápiz más que la azul y verde juntas. Si en total hay menos de 200 lápices, ¿cuál es la mayor cantidad de lápices que puede tener la caja roja?

# 26.<sup>a</sup> Competencia de MateClubes 2023

## Primera Ronda – Tercer Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: ..... Código del club: 26 – 3 – .....

Localidad: ..... Provincia: .....

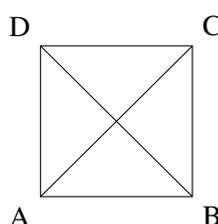
Integrantes: .....

1. Rafa quiere completar los ocho cuadraditos con dígitos de 1 a 9, sin repetir (queda un dígito sin utilizar). Quiere que las cuatro igualdades de la figura resulten correctas. ¿Cómo puede hacerlo?

$$\begin{array}{ccccc}
 \square & \times & \square & = & \square \\
 & & + & & + \\
 & & \square & + & \square & = & \square \\
 & & = & & = & & \\
 & & \square & & \square & & 
 \end{array}$$

2. Un grillo salta entre los 4 vértices de un cuadrado  $ABCD$ . Comienza en el vértice  $A$ . Cada salto puede ser de un vértice a cualquier otro (no puede saltar al mismo vértice en el que está). Al cabo de 4 saltos, el grillo terminó nuevamente en el vértice  $A$ .

¿Cuántos recorridos distintos pudo haber hecho el grillo? Dar todas las posibilidades.



3. Betty sabe que entre sus amigos, algunos siempre dicen la verdad, algunos siempre mienten, y otros a veces mienten y a veces dicen la verdad. Betty descubrió que aquellos amigos que a veces mienten y a veces dicen la verdad, lo hacen alternadamente: la primera vez mienten, la segunda vez dicen la verdad y la tercera vez mienten. Betty quiere descubrir cuántos de sus amigos siempre dicen la verdad, cuántos de sus amigos siempre mienten, y cuántos alternan su respuesta. Para lograrlo, hace lo siguiente:

- Primero Betty dice “Levanten la mano los que a veces dicen la verdad y a veces mienten” y 41 levantaron la mano.
- Luego Betty dice “Levanten la mano los que siempre dicen la verdad” y 65 levantaron la mano.
- Finalmente, Betty dice “Levanten la mano los que siempre mienten” y 23 levantaron la mano.

Con esta información, ayuden a Betty a determinar cuántos amigos siempre dicen la verdad, cuántos siempre mienten, y cuántos alternan su respuesta.

# 26.<sup>a</sup> Competencia de MateClubes 2023

## Primera Ronda – Cuarto Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: ..... Código del club: 26 – 4 – .....  
 Localidad: ..... Provincia: .....  
 Integrantes: .....

1. Rafa quiere completar los rectángulos con números enteros positivos. Quiere que las cuatro igualdades de la figura resulten correctas.  
 ¿Cómo puede hacerlo? Dar todas las posibilidades.

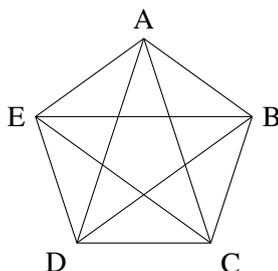
$$\begin{array}{ccc}
 \boxed{\phantom{000}} & \times & \boxed{\phantom{000}} = 2100 \\
 \times & & \times \\
 \boxed{\phantom{000}} & \times & \boxed{\phantom{000}} = 7098 \\
 = & & = \\
 735 & & 20280
 \end{array}$$

2. Betty sabe que entre sus amigos, algunos siempre dicen la verdad, algunos siempre mienten, y otros a veces mienten y a veces dicen la verdad. Betty descubrió que aquellos amigos que a veces mienten y a veces dicen la verdad, lo hacen alternadamente: la primera vez mienten, la segunda vez dicen la verdad y la tercera vez mienten. Betty quiere descubrir cuántos de sus amigos siempre dicen la verdad, cuántos de sus amigos siempre mienten, y cuántos alternan su respuesta. Para lograrlo, hace lo siguiente:

- Primero Betty dice “Levanten la mano los que siempre dicen la verdad” y 65 levantaron la mano.
- Luego Betty dice “Levanten la mano los que a veces dicen la verdad y a veces mienten” y 41 levantaron la mano.
- Finalmente, Betty dice “Levanten la mano los que siempre mienten” y 23 levantaron la mano.

Con esta información, ayuden a Betty a determinar cuántos amigos siempre dicen la verdad, cuántos siempre mienten, y cuántos alternan su respuesta.

3. Un grillo salta entre los 5 vértices de un pentágono  $ABCDE$ . Comienza en el vértice  $A$ . Cada salto puede ser de un vértice, a cualquier otro. Al cabo de 5 saltos, el grillo terminó nuevamente en el vértice  $A$ .  
 ¿Cuántos recorridos distintos pudo haber hecho el grillo? Explicar cómo los contaron.



# 26.<sup>a</sup> Competencia de MateClubes 2023

## Primera Ronda – Quinto Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: ..... Código del club: 26 – 5 – .....  
Localidad: ..... Provincia: .....  
Integrantes: .....

1. Mario dibujó en el pizarrón un tablero con 4 casillas.

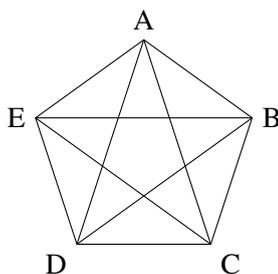


Mario quiere completarlo con cuatro números enteros positivos, uno en cada casilla, de manera tal que el producto de los cuatro números sea 252. Quiere que la suma de los cuatro números que escribe sea lo más chica posible.

¿Cómo puede completar el tablero? ¿Cuánto suman las casillas? ¿Por qué es este el mínimo valor posible de la suma?

2. Un grillo salta entre los 5 vértices de un pentágono  $ABCDE$ . Comienza en el vértice  $A$ . Cada salto puede ser de un vértice, a cualquier otro. Al cabo de 6 saltos, el grillo terminó nuevamente en el vértice  $A$ .

¿Cuántos recorridos distintos pudo haber hecho el grillo? Explicar cómo los contaron.



3. Betty sabe que entre sus 100 amigos, algunos siempre dicen la verdad, algunos siempre mienten, y otros a veces mienten y a veces dicen la verdad. Betty descubrió que aquellos amigos que a veces mienten y a veces dicen la verdad, lo hacen alternadamente: nunca dicen la verdad dos veces de manera consecutiva, ni mienten dos veces de manera consecutiva. Betty quiere descubrir cuántos de sus amigos siempre dicen la verdad, cuántos de sus amigos siempre mienten, y cuántos alternan su respuesta. Para lograrlo, hace lo siguiente:

- Primero Betty dice “Levanten la mano los que siempre dicen la verdad” y 71 levantaron la mano.
- Luego Betty dice “Levanten la mano los que a veces dicen la verdad y a veces mienten” y 52 levantaron la mano.
- Finalmente, Betty dice “Levanten la mano los que siempre mienten” y 33 levantaron la mano.

Con esta información, ayuden a Betty a determinar cuántos amigos siempre dicen la verdad, cuántos siempre mienten, y cuántos alternan su respuesta.