Torneo Geometría e Imaginación

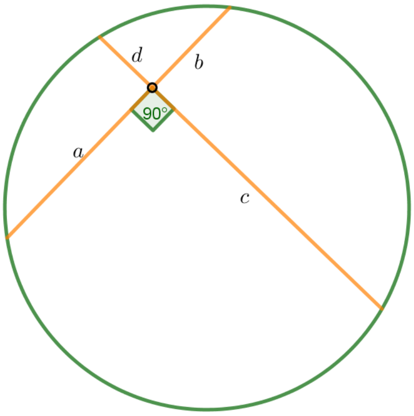
Problema Semanal de entrenamiento P18 – T4 – 2025

Usando GeoGebra, calcular:

$$\sqrt{\left(6+\sqrt{2}+\sqrt{10}-4\sqrt{5}\right)\cdot\left(6+\sqrt{2}-\sqrt{10}+4\sqrt{5}\right)\cdot\left(6-\sqrt{2}+\sqrt{10}+4\sqrt{5}\right)\cdot\left(-6+\sqrt{2}+\sqrt{10}+4\sqrt{5}\right)}$$

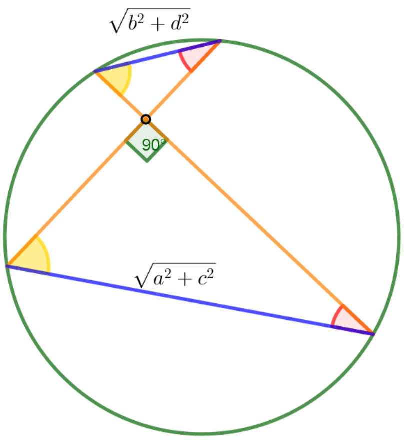
Solución P17 – T4 – 2025

En la circunferencia de la figura, dos cuerdas perpendiculares se cortan formando cuatro segmentos de longitudes a, b, c y d.

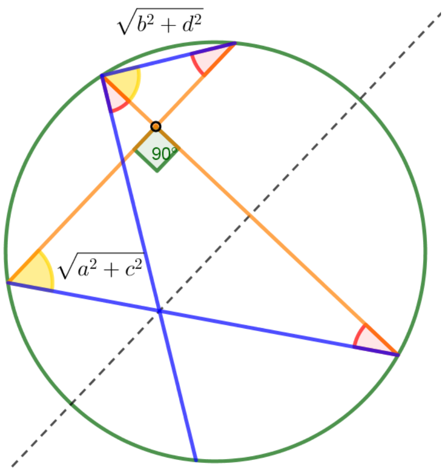


Mostrar que la longitud del diámetro de la circunferencia es igual a $\sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2}$.

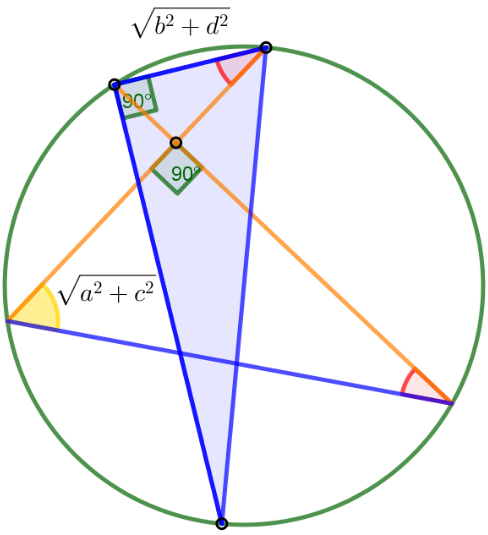
Solución:
Por el Teorema de Pitágoras, las longitudes de las cuerdas marcadas en azul en la siguiente figura, están dadas por $\sqrt{a^2+c^2}$ y $\sqrt{b^2+d^2}$, además, por ángulo inscripto, los ángulo que se muestran con un mismo color son de igual medida, mientras que dos ángulos de distinto color, son complementarios.



Trazamos la mediatriz de una de las cuerdas y consideramos el simétrico de una cuerda azul respecto de la mediatriz trazada, por ejemplo, como en la siguiente figura:



De este modo, se ha inscripto un triángulo rectángulo cuyos catetos miden $\sqrt{a^2+c^2}$ y $\sqrt{b^2+d^2}$:



Por el Teorema de Pitágoras se concluye la longitud del diámetro de la circunferencia está dada por la expresión $\sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2}$.