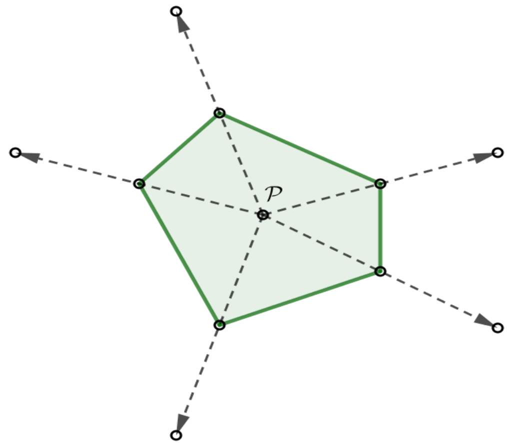
Torneo Geometría e Imaginación

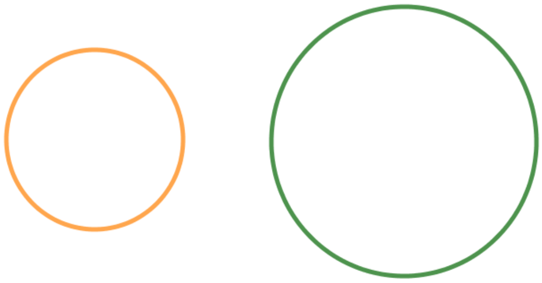
Problema Semanal de entrenamiento P28 – T4 – 2025

Desde un punto P en el interior de un pentágono, de $5cm^2$ de área, se toman los puntos simétricos de P respecto de los vértices del pentágono. Hallar el área del pentágono que tiene por vértices a los puntos simétricos de P.

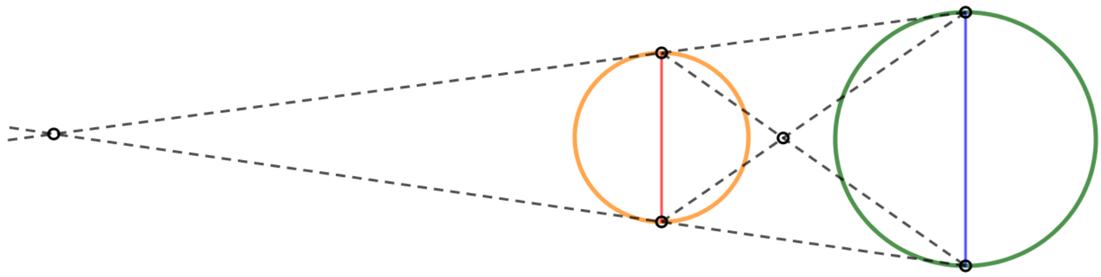


Solución P27 – T4 – 2025

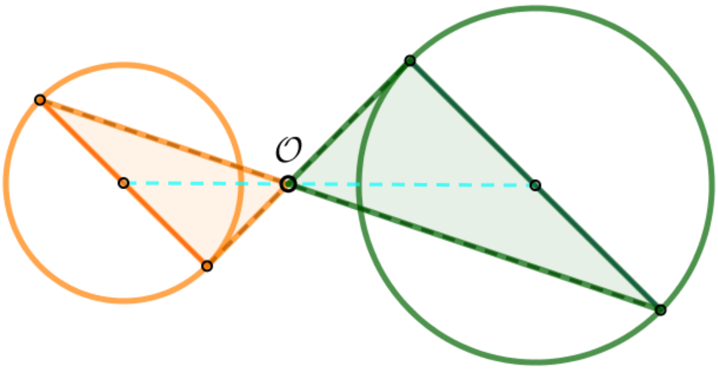
En la situación de la siguiente figura, hallar los centros de las homotecias que transforman una de las circunferencias en la otra.



Solución:
Una homotecia que transforme una circunferencia en la otra, transformará un diámetro de una circunferencia en un diámetro paralelo de la otra. Entonces el problema está resuelto en el Problema Semanal nº 25 del 2025.



Cabe preguntarse si cambiando la dirección de los diámetros se encontrarán más centros de homotecias. La siguiente figura ilustra una situación.



Al trazar dos diámetros paralelos se forman dos triángulos semejantes, homotéticos en realidad. La línea que une los centros de las circunferencias queda descompuesta por el centro O de la homotecia, en dos segmentos que guardan la misma proporción que los diámetros de las circunferencias. En conclusión, el punto O no depende del par de diámetros paralelos usados para su construcción.

Nota: Es oportuno observar que, si dos circunferencias tienen rectas tangentes comunes, éstas pasan por los centros de las homotecias que transforman una en la otra. Una recta tangente común, determina dos diámetros paralelos, uno de cada circunferencia, la tangente une dos vértices de dichos segmentos, entonces pasa un centro de las homotecias que transforman una circunferencia en la otra, esto es según la construcción realizada en la solución del Problema Semanal N° 25 del 2025. La siguiente figura ilustra uno de los casos.