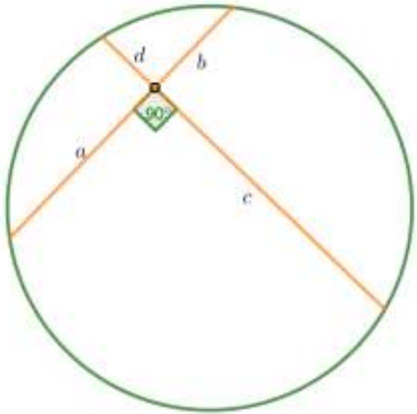
Torneo Geometría e Imaginación

Problema Semanal de entrenamiento P17 – T4 – 2025

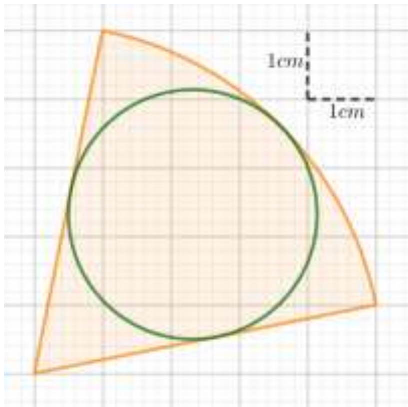
En la circunferencia de la figura, dos cuerdas perpendiculares se cortan formando cuatro segmentos de longitudes a, b, c y d.



Mostrar que la longitud del diámetro de la circunferencia es igual a $\sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2}$.

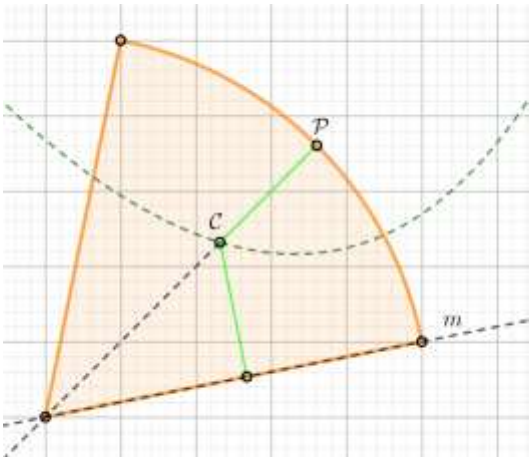
Solución P16 – T4 – 2025

Usando GeoGebra reproducir la siguiente figura, luego hallar la longitud del radio de la circunferencia inscripta en el sector circular.



<u>Solución</u>:

Seleccionamos **Sector circular** y marcamos los puntos sobre la cuadrícula para obtener un sector circular como el de la figura en el enunciado. El centro C de la circunferencia debe estar sobre la bisectriz del ángulo, la que corta al arco del sector en el punto P. Además, la distancia desde C a P debe ser igual a la distancia de C a la recta m dada por la prolongación de uno de los lados del sector, por lo tanto, C debe estar en el lugar geométrico de los puntos que equidistan de P y de m, pero esto es una parábola.

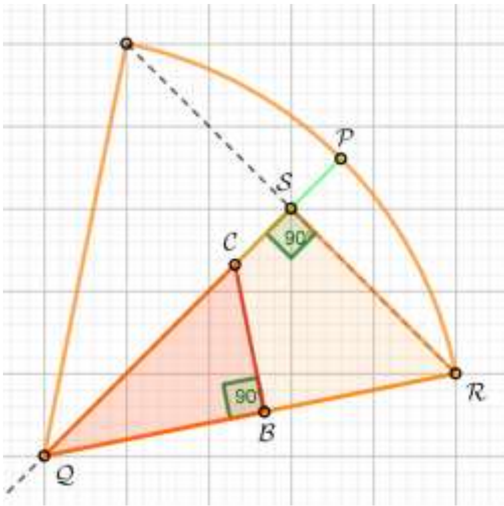


Para obtener la presente figura, se han usado los recursos: **Bisectriz**, **Intersección**, **Recta, Parábola, Perpendicular** y **Segmento**.

Ahora, la figura del enunciado puede conseguirse trazando la circunferencia con centro C que pasa por P (**Circunferencia centro punto**) y ocultando los objetos auxiliares.

Para calcular la longitud el radio r de la circunferencia, usaremos semejanza de triángulos rectángulos QCB y QRS indicados en la siguiente figura y las igualdades:

$$QC = QR - r, CB = r, SR = 2\sqrt{2}, QR = \sqrt{26}$$



Por la semejanza se tiene:

$$\frac{CB}{QC} = \frac{SR}{QR}$$

o sea:

$$\frac{r}{\sqrt{26} - r} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{26}}$$

operando resulta:

$$r = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{26}}{2\sqrt{2} + \sqrt{26}} cm = \frac{4\sqrt{13}}{2\sqrt{2} + \sqrt{26}} cm$$