Torneo Geometría e Imaginación

Problema Semanal de entrenamiento P19 – T4 – 2025

Usando GeoGebra, descomponer el número *100* como suma de cuatro cuadrados de números naturales.

Solución P18 – T4 – 2025

Usando GeoGebra, calcular:

$$\sqrt{\left(6+\sqrt{2}+\sqrt{10}-4\sqrt{5}\right)\cdot\left(6+\sqrt{2}-\sqrt{10}+4\sqrt{5}\right)\cdot\left(6-\sqrt{2}+\sqrt{10}+4\sqrt{5}\right)\cdot\left(-6+\sqrt{2}+\sqrt{10}+4\sqrt{5}\right)}$$

Solución:

Este problema es una excusa para presentar la ***Fórmula de Brahmagupta*** para el cálculo del área de un cuadrilátero cíclico, es decir, inscriptible.

Esta fórmula generaliza la Fórmula de Herón a cuadriláteros cíclicos y se enuncia como sigue:

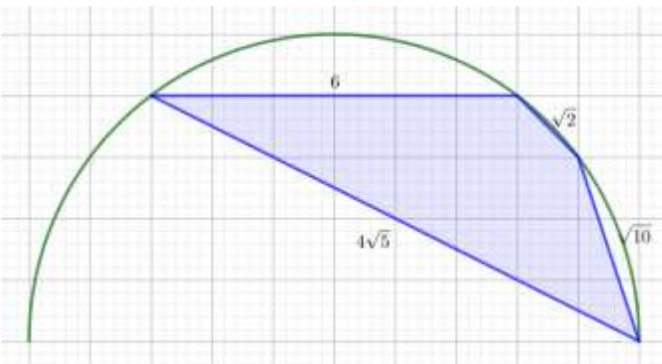
Si a, b, c y d son las longitudes de los lados de un cuadrilátero cíclico, entonces el área del mismo está dada por la expresión:

$$\sqrt{(s-a)\cdot(s-b)\cdot(s-c)\cdot(s-d)}$$

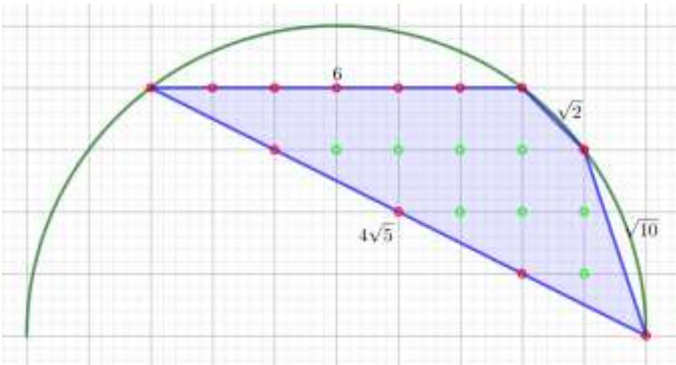
o, equivalentemente:

$$\frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c-d)\cdot(a+b-c+d)\cdot(a-b+c+d)\cdot(-a+b+c+d)}$$

Usando la cuadrícula con cuadrados de 1×1, podemos ver que la expresión del problema representa el área del cuadrilátero cíclico dado en la siguiente figura.



El valor numérico de la expresión del enunciado del problema será igual a *4* veces el área del cuadrilátero, que puede calcularse con la Fórmula de Pick.



El resultado es:

$$4 \cdot \left(8 + \frac{12}{2} - 1\right) = 52\,.$$